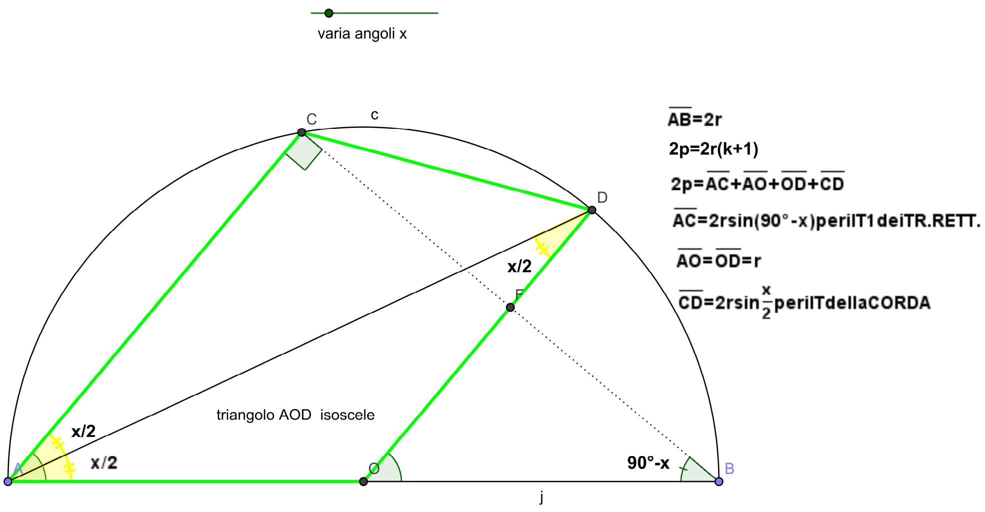
ESERCIZIO pg.606 n° 110



Sostituendo nella relazione 2p=2r(k+1) si ottiene:

$$2r + 2r\, sen(90° - x) + 2r\, sen\frac{x}{2} = 2r(k+1)$$

$$ma \quad sen(90° - x) = \cos x \;\; e \;\; semplificando \;\; per \;\; 2r$$

$$1 + \cos x + sen\frac{x}{2} = k + 1 \quad da \;\; cui \;\; \cos x + sen\frac{x}{2} = k$$

L'equazione non è omogenea, cerchiamo di trasformare tutto in funzione di x o x/2.
Ricordando che per le formule di duplicazione si ha:
cos2x=2 $\cos^2$x-1 si ha anche cosx=2 $\cos^2$x/2-1 e sostituendo:

$$2\cos^2\frac{x}{2} - 1 + sen\frac{x}{2} - k = 0$$

$$2\left(1 - sen^2\frac{x}{2}\right) - 1 + sen\frac{x}{2} - k = 0$$

$$2\,sen^2\frac{x}{2} - sen\frac{x}{2} - k + 1 = 0$$

Abbiamo così ottenuto un'equazione di secondo grado parametrica in senx/2. Poniamo senx/2=Y.
Vediamo le limitazioni; x può variare tra 0 e 90° al variare del punto C sulla circonferenza, se C$\equiv$A x=90° (x/2=45°) e la relazione relativa al perimetro resta valida, se C$\equiv$B x=0 (x/2=0) e la relazione è ancora valida per cui le limitazioni relative a x/2 sono: $0° \le x/2 \le 45°$ mentre $0 \le senx/2 \le \sqrt{2}/2$.

Otteniamo quindi il sistema: $\begin{cases} 2Y^2 - Y + k - 1 = 0 \\ 0 \le Y \le \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$; poniamo X=Y^2 ed utilizziamo il metodo della parabola fissa per determinarne le soluzioni.

$$\begin{cases} X = Y^2 \\ 2\ X - Y + k - 1 = 0 \\ 0 \le Y \le \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} X = Y^2 & \textit{parabola con asse parallelo all'asse } x \\ Y = 2X + k - 1 & \textit{fascio di rette improprio di coeff. ang. } m = 2 \\ \text{""} \end{cases}$$

a) <u>arco utile</u> A:(0;0) e B(1/2: $\sqrt{2}$ /2) $\left[X = Y^2 = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \dfrac{1}{2} \right]$

b) retta per A: k-1=0 k=1

retta per B: $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2\ \dfrac{1}{2} + k - 1 \quad k = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

c) <u>retta tangente</u>: basta porre Delta =0 nell'equazione di partenza (infatti risolvendo il sistema tra retta e parabola, tale sistema deve avere due soluzioni coincidenti affinche' la retta sia tangente), quindi: $\Delta = 1 - 8(k-1) = 0 \quad \textit{da cui } k = \dfrac{9}{8}$

d) le soluzioni sono:

per k=$\sqrt{2}$ /2	1 soluzione limite
per $\sqrt{2}$ /2<k<1	1 soluzione ordinaria
per k=1	2 soluzioni di cui una limite
per 1<k<9/8	2 soluzioni ordinarie
per k=9/8	2 soluzioni coincidenti

discussione esercizio 110.ggb